SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Desigualdades e intervalos

Docente: José Luis Vásquez Carhuamaca

DESIGUALDADES

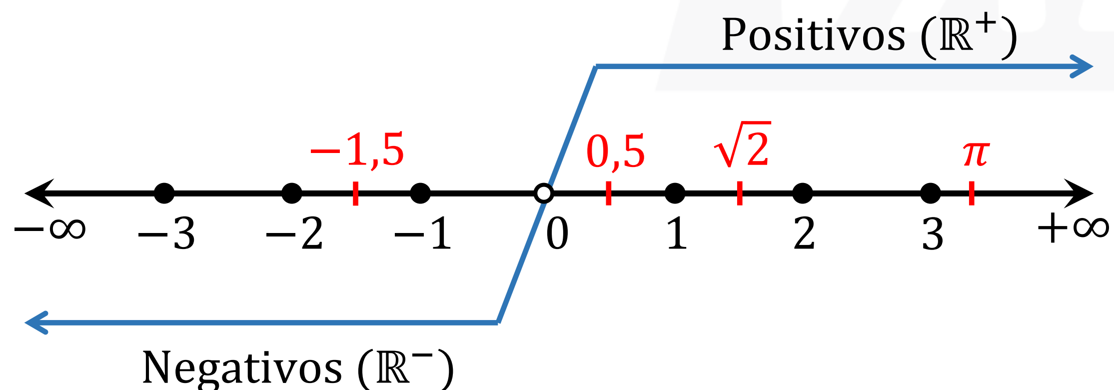
Es la comparación que se establece entre dos números reales mediante los símbolos de la relación de orden:

Estrictos	No estrictos
$<$: menor que	$\leq$: menor o igual que
$>$: mayor que	$\geq$: mayor o igual que

Ejemplos

- $5 < 13$
- $5 \leq 5$

Recta real

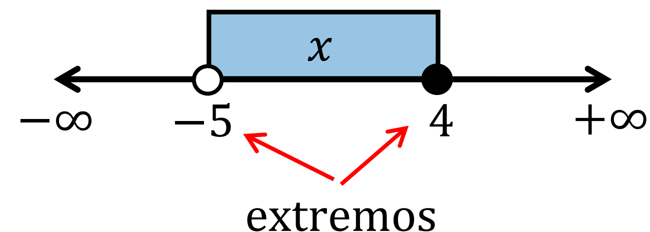


INTERVALO

Un intervalo I es un subconjunto de números reales, cuyos elementos se encuentran entre dos extremos, que pueden ser reales o ideales.

I. Intervalos Acotados: Sus extremos son reales

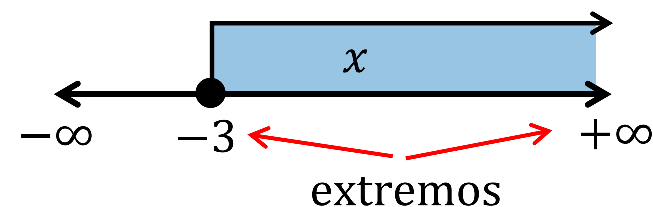
- $A = \langle -5; 4]$



Si $x \in \langle -5; 4] \leftrightarrow -5 < x \leq 4$

II. Intervalos No acotados: Al menos uno de sus extremos es ideal ($\pm\infty$)

- $B = [-3; +\infty\rangle$



Si $x \in [-3; +\infty\rangle \leftrightarrow x \geq -3$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

OPERACIONES CON INTERVALOS

Unión e Intersección de intervalos

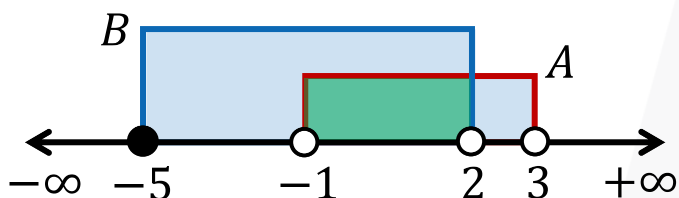
$A \cup B = \{x \in \mathbb{R} / x \in A \vee x \in B\}$

$A \cap B = \{x \in \mathbb{R} / x \in A \wedge x \in B\}$

Ejemplo:

Si $A = \langle -1:3 \rangle$ y $B = [-5;2\rangle$

Halle $A \cup B$ y $A \cap B$



→ $A \cup B =$

→ $A \cap B =$

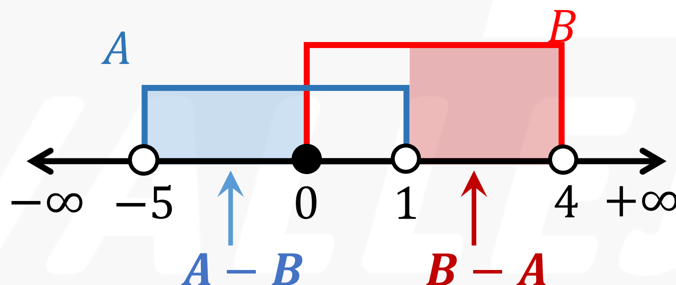
Diferencia de intervalos

$A - B = \{x \in \mathbb{R} / x \in A \wedge x \notin B\}$

Ejemplo:

Si $A = \langle -5;1 \rangle$ y $B = [0;4\rangle$

Halle $A - B$



→ $A - B =$

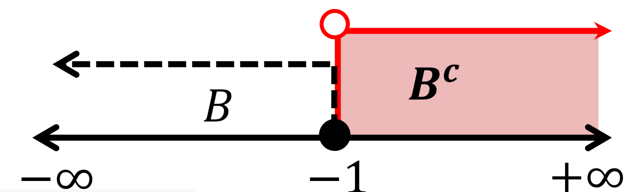
→ $B - A =$

Complemento de intervalos

$A^c = \{x \in \mathbb{R} / x \notin A\} = \mathbb{R} - A$

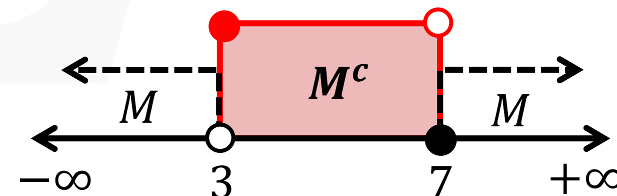
Ejemplos:

- $B = \langle -\infty; -1]$



$\therefore B^c =$

- $M = \langle -\infty; 3\rangle \cup [7; +\infty\rangle$



$\therefore M^c =$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

TEOREMAS EN DESIGUALDADES

Sean x, y, z números reales, se cumple:

1. $x < y \quad \leftrightarrow \quad x \pm z < y \pm z$

2. $a < x < b$, $z > 0$ $\quad \leftrightarrow \quad \begin{cases} a.z < x.z < b.z \\ \dfrac{a}{z} < \dfrac{x}{z} < \dfrac{b}{z} \end{cases}$

3. $a < x < b$, $z < 0$ $\quad \leftrightarrow \quad \begin{cases} a.z > x.z > b.z \\ \dfrac{a}{z} > \dfrac{x}{z} > \dfrac{b}{z} \end{cases}$

Aplicación

Indique el equivalente de

$$A = \{(1-2x) \in \mathbb{R} / (3x+5) \in \langle -4;11]\}$$

$A)\ [-5;7\rangle$ $\quad B)\ [-5;9\rangle$ $\quad C)\ [-3;9\rangle$

$D)\ [-3;7\rangle$ $\quad E)\ [-5;-3\rangle$

Resolución

4. Si

$$\begin{array}{c} a > b \\ m > n \\ \hline a + m > b + n \end{array} \quad (+)$$

■

$$\begin{array}{c} -1 \leq x \leq 8 \\ -5 < y \leq 10 \\ \hline -6 < x + y \leq 18 \end{array} \quad (+)$$

5. Si

$$\begin{array}{c} 0 < a < b \\ 0 < m < n \\ \hline 0 < am < bn \end{array} \quad (\times)$$

■

$$\begin{array}{c} 1 \leq a < 8 \\ 5 < b < 10 \\ \hline 5 < ab < 80 \end{array} \quad (\times)$$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Aplicación

Si $2 \leq x \leq 7$; $3 \leq y \leq 5$

determine la variación de la siguiente expresión

$$E(x;y) = xy + 2x + 3y + 6$$

$A)$ $[30;75]$ $B)$ $[20;70\rangle$ $C)$ $[25;70]$
$D)$ $[25;50\rangle$ $E)$ $\langle 20;50\rangle$

Resolución

6. Sean a y b números del mismo signo.

Si $a < x < b$ entonces $\frac{1}{a} > \frac{1}{x} > \frac{1}{b}$

Aplicación

Si $x \in \langle -4;2\rangle$ entonces la variación de $\frac{2x+8}{x-3}$ es:

$A)\langle -12;0\rangle$ $B)\langle -8;2\rangle$ C $)\langle -10;1\rangle$ D $)\langle -9;3\rangle$ E $)\langle -8;4\rangle$

Resolución

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

7. x y $\frac{1}{x}$ tienen el mismo signo.

Aplicación

Determine la variación de $\frac{12}{x-3}$ $si\ x \geq 6$

$A)$ [30; 75] $B)$ [20;70⟩ $C)$ [25; 70]
$D)$[25;50⟩ $E)$ ⟨20; 50⟩

Resolución

8. Si x ∈ ℝ entonces $x^2 \geq 0$

Aplicación

Si x ∈ ℝ entonces la variación de $x^2 - 10x + 8$ es:

Resolución

9.

$0 < a < x < b \rightarrow a^2 < x^2 < b^2$

$a < x < b < 0 \rightarrow a^2 > x^2 > b^2$

$a < x < b \wedge ab < 0 \rightarrow 0 \leq x^2 < máx\{a^2; b^2\}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Aplicación

Halle la variación de $-2x^2+12x$ si $x \in [-1;4\rangle$

$A)$ $[30;75]$ $B)$ $[20;70\rangle$ $C)$ $[25;70]$
$D)$ $[25;50\rangle$ $E)$ $\langle 20;50\rangle$

Resolución

10. $a<x<b \rightarrow a^3<x^3<b^3$

Aplicación

Halle la suma del máximo y mínimo valor de

$$x^3-3x^2+3x+2 \quad \text{si } x \in [-1;4]$$

$A)$ -5 $B)$ 28 $C)$ 23 $D)$ 33 $E)$ 25

Resolución

11. $a<x<b \rightarrow \sqrt[n]{a}<\sqrt[n]{x}<\sqrt[n]{b}$ si $\sqrt[n]{a};\ \sqrt[n]{b} \in \mathbb{R}$

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

12. Si $a_1;\ a_2; \ldots;\ a_n \in \mathbb{R}^+$ se cumple:

$$MA \geq MG \geq MH$$

Donde:

$$MA = \frac{a_1 + a_2 + \cdots + a_n}{n}$$

$$MG = \sqrt[n]{a_1 . a_2 \ldots a_n}$$

$$MH = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \cdots + \frac{1}{a_n}}$$

Obs:

$$MA = MG = MH \quad \leftrightarrow \quad a_1 = a_2 = \cdots = a_n$$

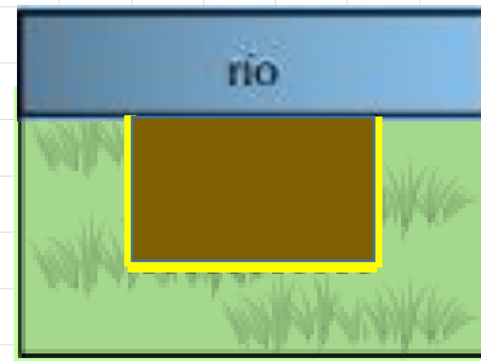
13. Si $x > 0$ entonces $x + \frac{1}{x} \geq 2$

Si $x < 0$ entonces $x + \frac{1}{x} \leq -2$

Aplicación

Se tiene un terreno rectangular en la ribera del rio y se quiere cercar los lados no colindantes con el río; para ello contamos con $400\,m$ de cerca. ¿Cuál será el área máxima cercada?

Resolución



ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

Aplicación

Si $x > 0$, calcule la variación de

$$M = \frac{x}{x^2 + x + 1}$$

$A)$ $\langle 0;1/3]$ $B)$ $[1/3;+\infty\rangle$ $C)$ $[1/3;1]$

$D)$ $[1;3\rangle$ $E)$ $\langle 3;+\infty\rangle$

Resolución

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe